

# Algebra

---

## Funkce pro práci s polynomy

- **Expand[výraz] ... rozloží výraz na polynom**

`Expand[(1 + x) ^ 10]`

$$1 + 10x + 45x^2 + 120x^3 + 210x^4 + 252x^5 + 210x^6 + 120x^7 + 45x^8 + 10x^9 + x^{10}$$

`Expand[Sqrt[(1 + x) ^ 2]]`

$$\sqrt{(1 + x)^2}$$

- **ExpandAll[výraz] ... rozloží výraz na polynom (až do úrovně podvýrazů)**

`ExpandAll[Sqrt[(1 + x) ^ 2]]`

$$\sqrt{1 + 2x + x^2}$$

- **Factor[výraz] ... vytvoří součin kořenových činitelů**

`Factor[1 + 2x + x ^ 2]`

$$(1 + x)^2$$

`Factor[x ^ 10 - y ^ 10]`

$$(x - y)(x + y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$

- **Together[výraz] ... převede výraz na společný jmenovatel**

`Together[ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ]`

$$\frac{bc + ad}{bd}$$

`Together[ $\frac{x^2}{(x^2 - 1)} + \frac{x}{(x^2 - 1)}$ ]`

$$\frac{x}{-1 + x}$$

- **Cancel[výraz] ... zjednoduší výraz (vykrácení)**

`(x ^ 2 - 1) / (x - 1)`

$$\frac{-1 + x^2}{-1 + x}$$

Cancel [%]

1 + x

- Apart[výraz] ... rozloží výraz na parciální zlomky

$$\text{Apart}\left[\frac{2}{(3+x)(2+x)(1+x)}\right]$$

$$\frac{1}{1+x} - \frac{2}{2+x} + \frac{1}{3+x}$$

- Root[polynom, k] ... určí k-tý kořen polynomu

Root[x + 1, 1]

-1

Root[x<sup>2</sup> + 6 x + 3, 1]

-3 - √6

Root[x<sup>2</sup> + 6 x + 3, 2]

-3 + √6

## Řešení algebraických rovnic

- Roots[rovnice, proměnná] ... najde kořeny rovnice pro zadanou proměnnou

Roots[x<sup>3</sup> - 5 x + 4 == 0, x]

$$x == \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{17}) \quad || \quad x == \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{17}) \quad || \quad x == 1$$

Roots[a x<sup>2</sup> + b x + c == 0, x]

$$x == \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad || \quad x == \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Solve[rovnice, proměnná] ... vyřeší rovnici pro zadanou proměnnou

Solve[x<sup>3</sup> - 5 x + 4 == 0, x]

$$\left\{ \{x \rightarrow 1\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{17}) \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{17}) \right\} \right\}$$

Solve[a x<sup>2</sup> + b x + c == 0, x]

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\} \right\}$$

- **Solve**[{rovnice1, rovnice2, ...}, {proměnná1, proměnná2, ...}] ... vyřeší soustavu rovnic pro zadané proměnné

```
Solve[{3 x + 2 y == 1, x - y == 2}, {x, y}]
{{x -> 1, y -> -1}}
```

- **NSolve**[rovnice, proměnná] ... vyřeší rovnici a výsledek převede na numerický aproximovaný tvar

```
NSolve[x^3 - 5 x + 4 == 0, x]
{{x -> -2.56155}, {x -> 1.}, {x -> 1.56155}}
```

## Numerické řešení rovnic

- **FindRoot**[rovnice, {x, x<sub>0</sub>}] ... najde numerické řešení rovnice pro počáteční hodnotu  $x = x_0$

```
Solve[x == Cos[x], x]
```

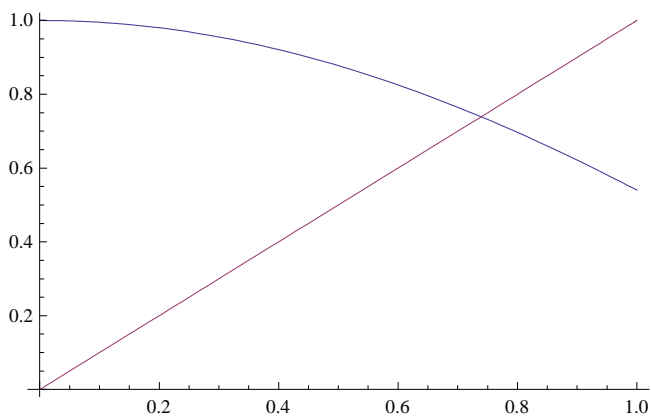
Solve::tdep: The equations appear to involve the variables to be solved for in an essentially non-algebraic way. >>

```
Solve[x == Cos[x], x]
```

```
FindRoot[x == Cos[x], {x, 0}]
```

```
{x -> 0.739085}
```

```
Plot[{Cos[x], x}, {x, 0, 1}]
```



```
FindRoot[Exp[x] == Sin[x^2], {x, -2}]
```

```
{x -> -1.72097}
```

```
FindRoot[Exp[x] == Sin[x^2], {x, -1}]
```

```
{x -> -0.714969}
```

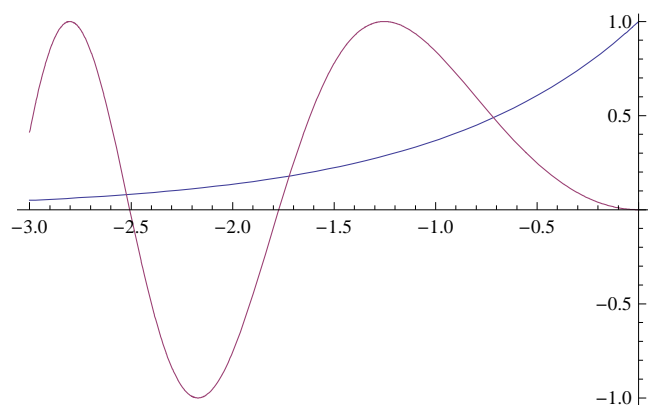
```
FindRoot[Exp[x] == Sin[x^2], {x, -2.5}]
```

```
{x -> -2.5226}
```

```
FindRoot[Sin[x] == 0, {x, 3, 2, 4}]
```

```
{x -> 3.14159}
```

```
Plot[{Exp[x], Sin[x^2]}, {x, -3, 0}]
```



```
FindRoot[{Sin[x] == Cos[y], x + y == 1}, {x, 0.1}, {y, 0.2}]
```

```
{x -> 1.2854, y -> -0.285398}
```

### Nastavení:

AccuracyGoal -> Automatic | číslo ... rozdíl mezi posledními iteracemi

MaxIterations -> 100 | číslo ... maximální počet iterací

WorkingPrecision -> MachinePrecision | číslo ... počet platných číslic výpočetního postupu

## Řešení diferenciálních rovnic, soustavy diferenciálních rovnic

- **DSolve[rovnice, y, x] ... řeší diferenciální rovnici pro závislou proměnnou y a nezávislou proměnnou x**

```
DSolve[y' [x] + y[x] == 0, y[x], x]
```

```
{{y[x] -> e^{-x} C[1]}}
```

- **DSolve[{rovnice, y[x1]==y1, ...}, y, x] ... řeší diferenciální rovnici pro závislou proměnnou y a nezávislou proměnnou x se zadanými počátečními podmínkami**

```
DSolve[{y' [x] + y[x] == 0, y[0] == 5}, y[x], x]
```

```
{{y[x] -> 5 e^{-x}}}
```

- **DSolve[{rovnice1, rovnice2, ...}, {y1, y2, ...}, x] ... řeší diferenciální rovnici pro závislou proměnnou y a nezávislou proměnnou x**

```
DSolve[{y' [x] + z[x] == 0, z' [x] + y[x] == 0}, {y[x], z[x]}, x]
```

```
{{{y[x] -> \frac{1}{2} e^{-x} (1 + e^{2x}) C[1] - \frac{1}{2} e^{-x} (-1 + e^{2x}) C[2],
```

```
z[x] -> -\frac{1}{2} e^{-x} (-1 + e^{2x}) C[1] + \frac{1}{2} e^{-x} (1 + e^{2x}) C[2]}}}
```